

Studentská vědecká soutěž
O cenu děkana 2026

Breedingový protokol
pro kvantové stavy
s kubickým nelineárním stlačením

Tomáš Stískal

Vedoucí práce: **Mgr. Vojtěch Kala, Ph.D.**

Obor studia: **Obecná fyzika a matematická fyzika**

Ročník: **3. ročník**

Pracoviště: **Katedra optiky**

29. dubna 2026

Abstrakt

Moderní kvantové technologie vyžadují přesnou manipulaci vlastností kvantových stavů. Zatímco klasická fyzika pracuje s jednoznačnými hodnotami veličin, kvantová fyzika připouští pouze popis pomocí distribučních funkcí, tato neurčitost se projevuje jako šum. To otevírá možnosti, jak kvantový šum nejen stlačit, ale i tvarovat do specifických forem. Tato práce se zaměřuje na návrh a optimalizaci kvantového protokolu, jehož cílem je navýšení kvantových vlastností fúzí dvou jednodušších stavů. Představený protokol umožňuje využít dva v současnosti experimentálně dostupné stavy a získat jeden s lepším nelineárním stlačením. Tato vlastnost je důležitá v oblasti kvantových technologií a protokol tedy představuje důležitý krok jak současný experiment posunout blíže pokročilým aplikacím.

Kvantové systémy vykazují rozdílné chování oproti tomu co je nám důvěrně známe z makroskopického světa. Toto chování se dá studovat například na modelu kvantového harmonického oscilátoru s příslušným Hamiltoniánem

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2, \quad (1)$$

kde m je hmotnost částice, ω je úhlová frekvence a $\hat{x}, \hat{p}$ jsou operátory polohy a hybnosti, které splňují kanonickou komutační relaci

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar. \quad (2)$$

Z této relace přímo vyplývají Heisenbergova relace neurčitosti

$$\text{var}(\hat{x})\text{var}(\hat{p}) \geq \frac{\hbar^2}{4}, \quad (3)$$

podle které není možné současně s libovolnou přesností určit polohu a hybnost částice. Důsledkem těchto relací je, že ani v základním stavu nám nevymizí kvantové fluktuace a dojde pouze k saturaci relace neurčitosti.

Systém kvantového harmonického oscilátoru se velmi často využívá v kvantové optice, kde poskytuje přirozený popis jednotlivých módů elektromagnetického pole. Každý takový mód lze kvantovat analogicky k harmonickému oscilátoru, přičemž

jeho dynamika je popsána Hamiltoniánem ve tvaru

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right), \quad (4)$$

kde $\hat{a}$ a $\hat{a}^\dagger$ jsou anihilační a creační operátory daného módu. Definovány

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega} \hat{p} \right), \\ a^\dagger &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega} \hat{p} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Kvadrurní operátory pole lze následně definovat jako

$$\hat{X} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{2}i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger), \quad (6)$$

které splňují komutační relaci analogickou k operátorům polohy a hybnosti.

S rozložením kvantového šumu můžeme ovšem manipulovat pomocí operace stlačení. Jedná se o proces, který je popsán kvadratickým Hamiltoniánem a umožňuje nám zmenšit neurčitost v jedné z kvadratur, což ovšem s sebou nese zvýšení neurčitosti v konjugované kvadratuře. Pokud je následně variance jedné z kvadratur menší než variance vakuového stavu mluvíme o takzvaném stlačeném stavu. Takovéto stavy našli uplatnění například v projektu LIGO při detekci

gravitačních vln [1], nebo při přípravě cluster stavů [2].

Ovšem procesy generované kvadratickými Hamiltoniány přinášejí zásadní omezení. Dynamika Gaussovských stavů pod vlivem těchto operací je totiž efektivně simulovatelná na klasických počítačích, což znamená, že samy o sobě neposkytují kvantovou výpočetní výhodu. Pro překonání tohoto omezení je nutné zahrnout nelineární procesy, které jsou popsány Hamiltoniány vyšších řádů. V dnešní době jsou hojně studovány hlavně procesy s kubickým Hamiltoniánem

$$\hat{H} = \chi \hat{x}^3. \quad (7)$$

Tyto procesy vedou k nelineárním transformacím kvadratur a stavy podrobené této evoluci následně vykazují silně neklasické vlastnosti. Konkrétně se kvadratury transformují

$$\begin{aligned} \hat{x} &\longrightarrow \hat{x}, \\ \hat{p} &\longrightarrow \hat{p} + 3\chi \hat{x}^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Vyjádříme-li variance ztransformovaných kvadratur, zjistíme, že variance kvadratura polohy $\hat{x}$ zůstane stejná, ovšem variance kvadratury hybnosti $\hat{p}$ nabyde již složitějšího tvaru

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{p}') &= \text{var}(\hat{p} + 3\chi \hat{x}^2) \\ &= \text{var}(\hat{p}) + 9\chi^2 \text{var}(\hat{x}^2) \\ &\quad + 6\chi \text{Cov}(\hat{p}, \hat{x}^2). \end{aligned}$$

Pro snížení neurčitostí je tedy nutné využít již stavů u nichž jsme schopni kontrolovat nezávisle i vyšší momenty, tomuto se říká nelineární stlačení konkrétně ve spojitosti s kubickým Hamiltoniánem kubické stlačení. Míru kubického stlačení jsme schopni kvantifikovat pomocí vztahu

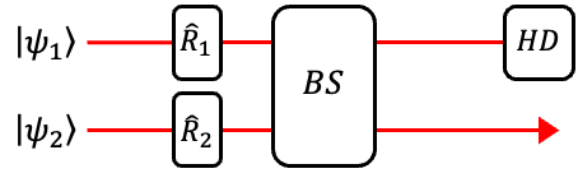
$$\xi(z) = \frac{\text{var}_\psi(\hat{p} + z\hat{x}^2)}{\min_G \text{var}_{\psi_G}(\hat{p} + z\hat{x}^2)}, \quad (9)$$

kde jmenovatel zlomku představuje minimum přes všechny stavy, jejichž distribuční funkce se řídí Gaussovským rozdělením, které se dá vyjádřit $3/4(2z^2)^{1/3}$ [3]. Obdobně jako pro stlačené stavy, řekneme, že

stav je kubicky stlačený pokud $\xi(z) < 1$ a současně tyto stavy prokazatelně vykazují neklasické vlastnosti.

Kubicky stlačené stavy jsou základem pro implementaci kubického hradla, které má potenciál jakožto základní jednotka v kvantovém počítání, které by přinášelo právě výhodu oproti klasickým zařízením [4].

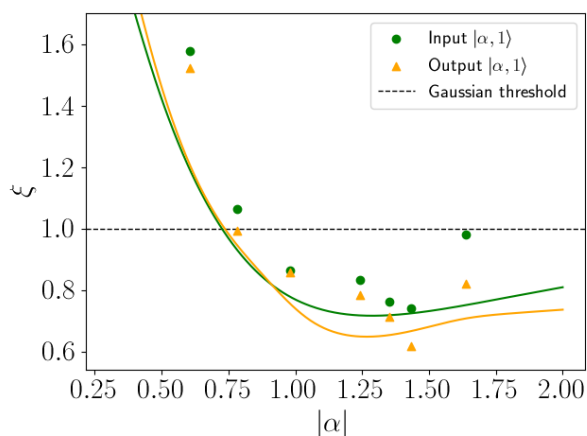
Pro efektivní implementaci je ovšem potřeba využívat silně kubicky stlačené stavy, což je experimentálně problematický úkol. V mé práci jsem představil koncept breedingového protokolu, který by ze dvou kubicky stlačených stavů vytvořil jeden se silnějším kubickým nelineárním stlačením.



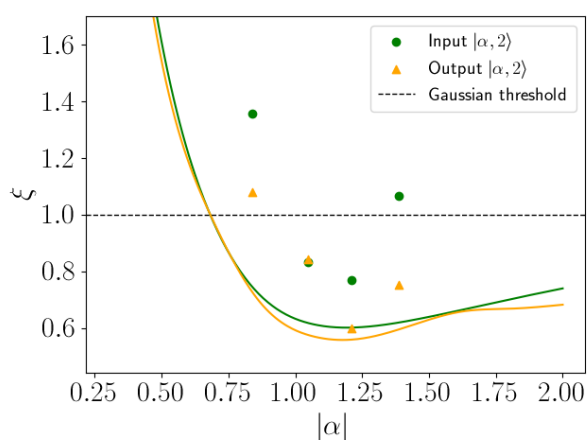
Obrázek 1: Schéma navrženého experimentu.

Schéma tohoto protokolu můžeme vidět na obrázku 1. Sestává ze dvou vstupních stavů $|\psi_1\rangle$ a $|\psi_2\rangle$, které jsou následně uvedeny do relativní fáze pomocí fázových modulátorů, které potom smícháme na vyváženém děliči svazků. V jednom z módů provedeme homodynní detekci polohové kvadratury. V druhém módu nám tímto zůstává stav, který je podmíněný na výsledek z homodynní detekce.

Pracoval jsem se stavy, které se nazývají photon-added-coherent states, které vznikají pomocí fotonové adice do koherentního svazku. Tyto stavy byli připraveny v laboratoři kolegy z naší katedry [5], kdy jsem následně na těchto stavem prováděl numerickou simulaci v Pythonu.



(a)



(b)

Obrázek 2: Kubické nelineární stlačení jako funkce amplitudy $|\alpha|$. Zelené body označují kubické nelineární stlačení vstupních stavů, zatímco oranžové trojúhelníky odpovídají výstupním stavům získaným pomocí „breeding“ protokolu s pravděpodobností post-selekce 2%. Plná zelená křivka představuje teoretickou predikci pro vstupní SPACS a plná oranžová křivka ukazuje predikované hodnoty na výstupu. Čárkovaná černá čára označuje gaussovský práh, pod kterým jsou stavy se silnými neklasickými vlastnostmi. (a) jsou stavy vzniklé jedno-fotonové adice a (b) odpovídá dvou-fotonové adici.

Pracoval jsem se stavy vytvořenými pomocí jedno, dvou a tří fotonové adice, kdy na výsledky jsem využil post-selekci abychom docílili co největšího zesílení kubického stlačení. Z grafů vidíme, že pro oba případy se nám povedlo zlepšit kubické nelineární

stlačení oproti tomu, jaké bylo zjištěno pro vstupní stavy. U dvou stavů dokonce došlo k překročení hranice mezi neprokazatelným kubickým stlačením a prokazatelným.

Porozumění nelineárnímu stlačení a jeho přesná manipulace je velmi důležité pro budoucí technický vývoj. Pro sestavení kvantových výpočetních zařízení je nutné využívat zařízení, které provádí jak gaussovské, tak negaussovské operace. Jeden návrh negaussovského prvku by mohl například využívat nelineární dopřednou vazbu, tedy manipulovat se stavem na základě změření jeho stlačeného šumu [6].

Reference

- [1] J. Aasi, B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, et al. Enhanced sensitivity of the ligo gravitational wave detector by using squeezed states of light. *Nature Photonics*, 7(8):613–619, 2013.
- [2] Mikkel V Larsen, Xueshi Guo, Casper R Breum, Jonas S Neergaard-Nielsen, and Ulrik L Andersen. Deterministic generation of a two-dimensional cluster state. *Science*, 366(6463):369–372, 2019.
- [3] Vojtěch Kala, Jiří Fadrný, Michal Neset, Jan Bílek, Petr Marek, and Miroslav Ježek. Genuine continuous quantumness. *arXiv preprint arXiv:2503.07574*, 2025.
- [4] Shunya Konno, Atsushi Sakaguchi, Warit Asavanant, Hisashi Ogawa, Masaya Kobayashi, Petr Marek, Radim Filip, Jun-ichi Yoshikawa, and Akira Furusawa. Nonlinear squeezing for measurement-based non-gaussian operations in time domain. *Physical Review Applied*, 15(2):024024, 2021.
- [5] Jiří Fadrný, Michal Neset, Martin Bielek, Miroslav Ježek, Jan Bílek, and Jaromír Fiurášek. Experimental preparation of multiphoton-added coherent states of light. *npj Quantum Information*, 10(1):89, 2024.
- [6] Atsushi Sakaguchi, Shunya Konno, Fumiya Hanamura, Warit Asavanant, Kan Takase, Hisashi Ogawa, Petr Marek, Radim Filip, Jun ichi Yoshikawa, Elanor Huntington, Hidehiro Yonezawa, and Akira Furusawa. Nonlinear feedforward enabling quantum computation. *Nature Communications*, 14:39195, 2023.